



TITLE:

# 界面の大変形を伴う液滴および液膜流の3次元SPHシミュレーション (複雑流体の数理解析と数値解析)

AUTHOR(S):

茂田, 正哉; 阿川, 雅教; 本郷, 卓也; 伊澤, 精一郎; 福西, 祐

---

CITATION:

茂田, 正哉 ...[et al]. 界面の大変形を伴う液滴および液膜流の3次元SPHシミュレーション (複雑流体の数理解析と数値解析). 数理解析研究所講究録 2011, 1724: 143-147

ISSUE DATE:

2011-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170464>

RIGHT:

## 界面の大変形を伴う液滴および液膜流の3次元SPHシミュレーション

東北大学・工学研究科 茂田 正哉 (Masaya Shigeta), 阿川 雅教 (Masanori Agawa),  
本郷 卓也 (Takuya Hongo), 伊澤 精一郎 (Seiichiro Izawa), 福西 祐 (Yu Fukunishi)  
Department of Mechanical Systems and Design,  
Tohoku University

### 1. はじめに

本研究の目的は、界面の大変形を伴う液滴および液膜流を数値シミュレーションにより再現することにある。気体・液体・固体が共存し、それらの界面が大変形する現象を数値計算により再現するためには、自由表面や相変化の扱いに加え、基材表面の濡れ性も考慮に入れる必要がある。グリッドレスのラグランジュ解法である粒子法は、流れ場を、動かないものを含めて全て粒子の動きで表すため、原理的に自由表面や相変化が扱いやすいという特徴がある。我々の研究グループでは、粒子法の一つである SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法を非圧縮性流れに拡張し、二重拡散対流<sup>[1]</sup>、液柱の崩壊やスロッシング<sup>[2]</sup>、熱伝達および相変化を伴う流れ場<sup>[3]</sup>などへ適用し、良好な結果を得てきた。本研究では、この非圧縮性 SPH 法を用いて、液滴が衝突し大変形する挙動および凝固しながら斜面上を流下する液体の3次元数値シミュレーションを試みた。

### 2. 計算方法

SPH 法は、連続体を粒子の集合体として離散化し、個々の粒子の運動を追跡することで集団としての振る舞い、すなわち流体運動を計算する手法である。例えば、 $a$  番目の粒子位置  $\mathbf{r}_a$  における密度  $\rho(\mathbf{r}_a)$  は、個々の粒子の持つ質量の重ね合わせとして Kernel 関数  $W$  を用いて次式で与えられる。

$$\rho(\mathbf{r}_a) = \sum_b m_b W_{ab} \quad (1)$$

ここで、 $m$  は質量を表す。本研究では、Kernel 関数に M-4 spline 関数を用いる。このとき支配方程式である Navier-Stokes 方程式および熱伝導方程式は以下のように書くことができる。

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b \frac{m_b (\mu_a + \mu_b) \mathbf{v}_{ab}}{\rho_a \rho_b} \frac{\mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2} + \frac{\mathbf{F}_a}{\rho_a} \quad (2)$$

$$\frac{dT_a}{dt} = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \left( \frac{K_a}{C_a \rho_a} + \frac{K_b}{C_b \rho_b} \right) (T_a - T_b) \frac{\mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2} \quad (3)$$

式(2)の右辺第1項は圧力勾配項、第2項は粘性項を表し、 $\mathbf{v}$ は速度、 $t$ は時間、 $p$ は圧力、 $\mu$ は粘性係数である。 $\mathbf{F}$ は表面張力や重力といった外力を表す。また $\mathbf{r}_{ab}$ および $\mathbf{v}_{ab}$ はそれぞれ粒子 $a$ と粒子 $b$ の相対位置および相対速度を表す。また式(3)における $T$ は温度、 $K$ は熱伝導率、 $C$ は比熱である。運動方程式である式(2)に従って粒子を移動させると、初期状態において粒子分布が一様で密度が均一な場から計算を出発しても、遅かれ早かれ粒子分布には局所的な偏りが生じ密度場は不均一となる。このことは流体が膨張もしくは圧縮されてその体積が変化したことを意味しており、このような場の密度変化、すなわち体積変化に関する情報は圧力変動として流体中を音速で伝播する。式(2)の右辺第1項の圧力勾配項にはこの密度変化に起因した圧力変動も含まれており、この意味でSPH法は本質的に圧縮性流体の数値解法である。いま仮に流体が非圧縮性流体であるとする、常に流体の体積は変化せず密度場はいたるところで等しくなければならない。すなわち、時間が経過して粒子分布に偏りが発生しても、その都度粒子位置に適切な修正を加えて密度場を均一に保つことさえできれば、非圧縮性の状態を実現することができる。我々はこの考えにもとづいて、2つのステップからなる粒子密度均一化アルゴリズムを導入した。すなわち、各粒子を現在の速度ベクトルに従い移動させる慣性移動ステップと、その結果生じた密度場の不均一を式(2)の圧力勾配項に従ってならす粒子位置補正ステップである。次時刻の粒子速度には補正前後の粒子位置から求める速度成分を加える。このように粒子を一旦仮の速度で移動させてから密度場が一様になるようにその位置を補正するという考え方は、しばしば差分法で速度場と圧力場のカップリングに用いられるフラクショナルステップ法の考え方と近い。なお本計算では式(2)の粘性項は、最初の慣性移動ステップ直後に取り入れられる。

また本研究では、表面粒子に対して次式のラプラス圧 $\Delta p$ を用いて、外力として表面張力を与える。

$$\Delta p = p_{\text{in}} - p_{\text{out}} = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

ここで $p_{\text{in}}$ は内圧、 $p_{\text{out}}$ は外圧であり、 $\gamma$ は表面張力係数、 $R_1$ および $R_2$ は液滴の主曲率半径である。表面粒子の判別方法、主曲率半径の求め方、および固液界面における濡れ性の取扱いについては文献[5]に詳細が記載されているので参照されたい。なお本計算では、固体粒子にも液体粒子と同じ物性値を与え、両者を区別せずに表面張力を求めた。これは、極めて濡れ性が高い状態を想定していることになる。

### 3. 数値計算結果

#### 3.1 液滴の衝突および変形挙動

はじめに液滴の衝突計算を行った。どちらの液滴の直径も2.0mmで、その成分は水である。液滴を構成する粒子の直径は0.1mmで、液滴1滴あたりの粒子数は4,224

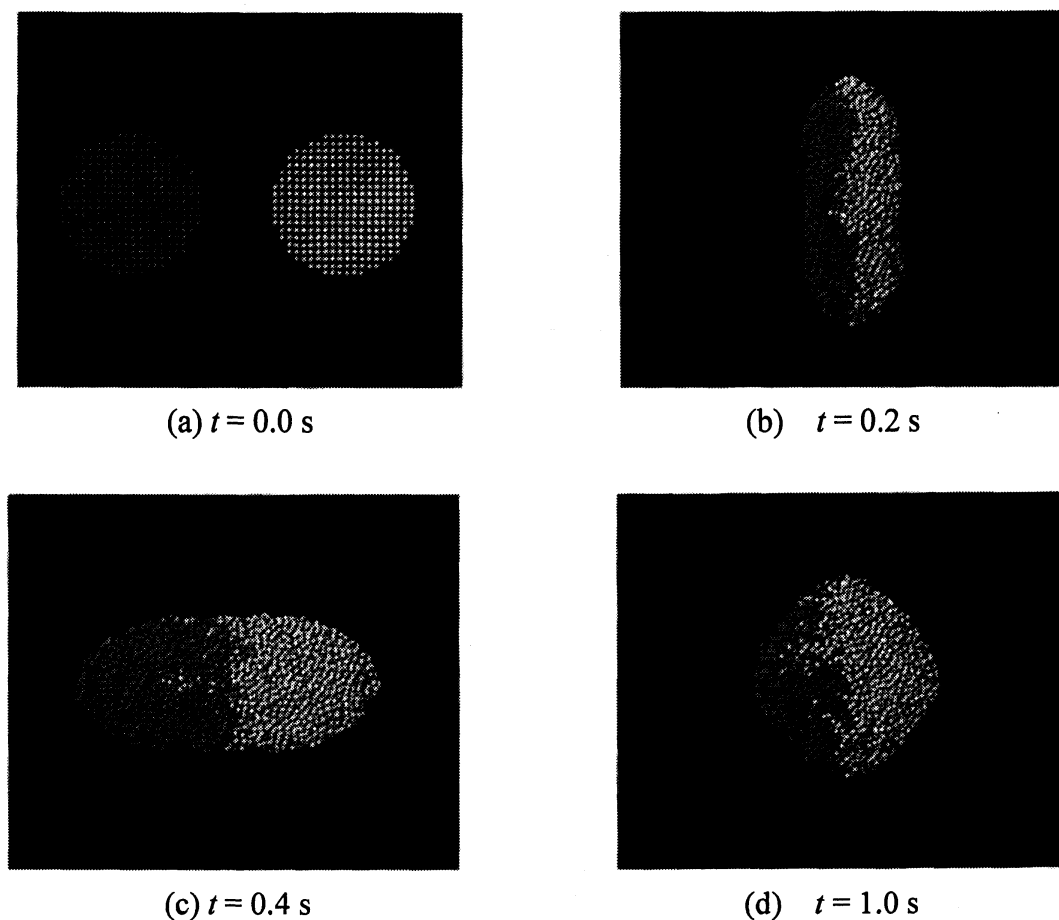


Fig. 1 Motion of colliding droplets.

個である．この液滴を 1.0mm 離れた位置から速度 0.01m/s で正面衝突させた．粘性係数は  $1.0 \times 10^{-4} \text{ Pa s}$  とした．また表面張力係数は  $72.25 \times 10^{-6} \text{ N/m}$  としたが，この値は現実の水の表面張力係数の 1/1000 倍の値である．

Figure 1 に数値計算結果を示す．衝突後の様子を観察しやすいように，それぞれの液滴は濃淡をつけて着色してある．2つの液滴は，衝突によってつぶれ衝突面上を大きく広がる(Fig.1(b))．その後表面張力により引き戻され(Fig.1(c))，あたかもはじめから 1つの液滴であったかのように振動し，やがて球体へと落ち着いていく(Fig.1(d))．この計算結果は Ashgriz らの可視化による実験結果<sup>[6]</sup>とよく一致しており，表面張力係数の値は異なるものの本計算モデルは実際の液滴の衝突時の変化の様子をよく捉えていることがわかった．

### 3.2 相変化を伴う液膜流

続いて斜面上を流下する液膜流れの計算を行った．幅 32.0 mm，深さ 10.0 mm，奥行き 8.0 mm のタンクに，初期状態で深さ 8.0mm まで液体が入っている．このタンクを傾斜角 19.5 度の斜面の縁に置き，時刻  $t = 0$  でタンクの斜面側のゲートを開けて内部の液体を斜面に沿って流下させた．タンクの側壁の温度は  $80^\circ\text{C}$ ，斜面の温度は  $10^\circ\text{C}$

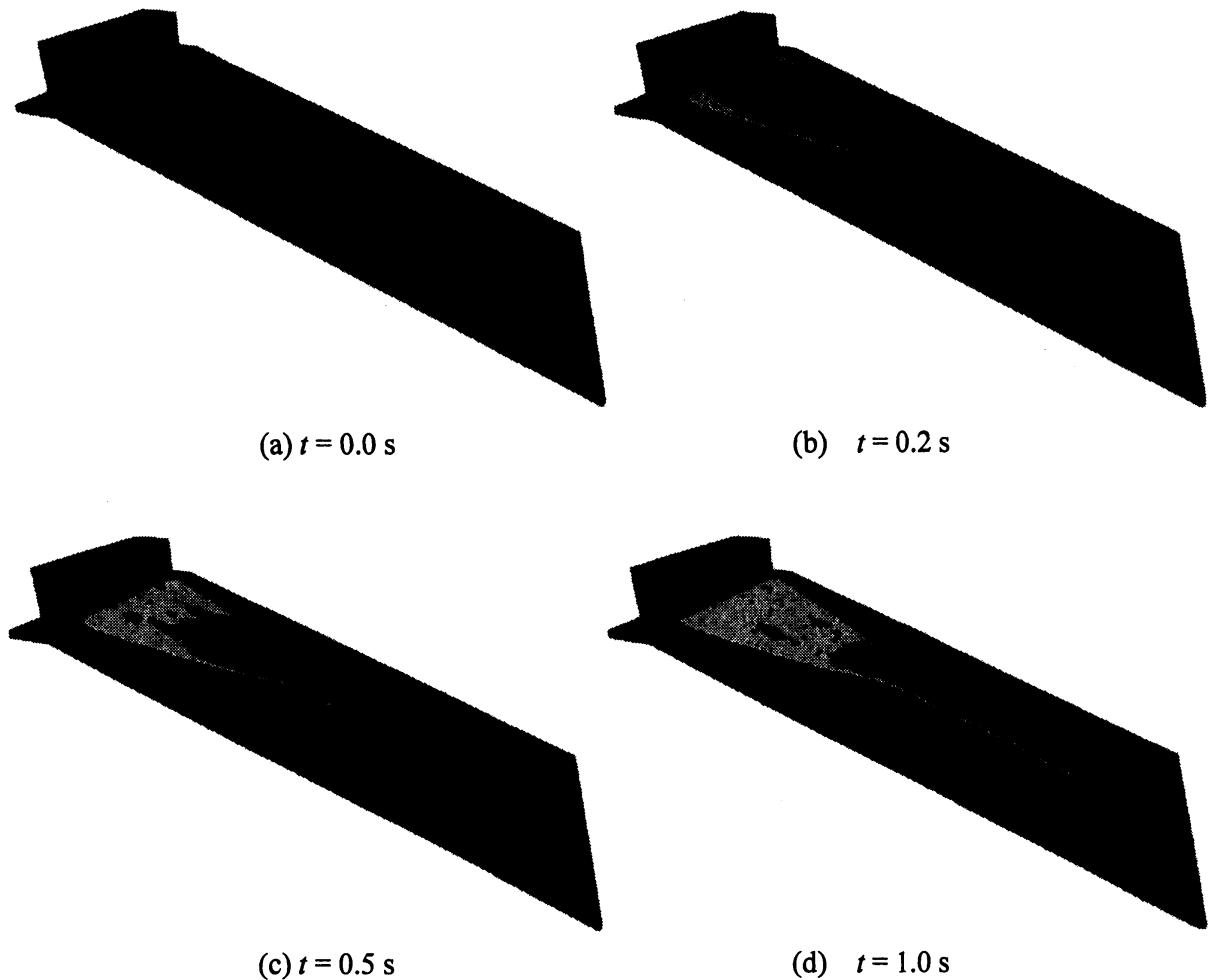


Fig. 2 Liquid film flow with solidification.

で一定である．液体としては融点が  $71^{\circ}\text{C}$  のステアリン酸を想定した．したがって，タンク内ではステアリン酸は液体として存在しており，斜面を流下する過程で冷却されやがて固体となってその動きを止める．計算では，液体粒子の温度が凝固点の  $71^{\circ}\text{C}$  に達してさらに潜熱  $203 \times 10^3 \text{ J/kg}$  分のエネルギーを失ったところでの液体粒子の相変化が完了したと見なし，以降は壁面と同じ固体粒子として取り扱った．

Figure 2 に計算結果を示す．流れを見やすくするため，予め液体のステアリン酸粒子をストライプ状に着色した．また，冷却され凝固したステアリン酸粒子は，別の色で着色した．タンクから流れ出た直後は液膜の先端形状は 2 次元的で平坦であるが (Fig.2(b))，表面張力の作用により次第に中央に集まり始め (Fig.2(c))，やがて 1 本の筋状の流れとなって流下する様子が見られた (Fig.2(d))．このような流動パターンは実験結果<sup>[7]</sup>とよく一致しており，非圧縮性 SPH 法に表面張力と相変化のモデルを組み込むことで，相変化しながら斜面上を流下する液膜流れが再現できることが示された．

#### 4. まとめ

非圧縮性 SPH 法に表面張力と相変化のモデルを組み込み，界面が大変形する流体

挙動の3次元数値シミュレーションを行った。その結果、液滴が衝突し合体する挙動および凝固しながら斜面上を流下する液膜流れを再現できることが示された。

## 参考文献

- [1] Masaya Shigeta, Takahiro Watanabe, Seiichiro Izawa, Yu Fukunishi: Incompressible SPH Simulation of Double-Diffusive Convection Phenomena, *International Journal of Emerging Multidisciplinary Fluid Sciences*, Vol.1, No.1, (2009), pp.1-18.
- [2] 佐野 友哉, 伊澤 精一郎, 熊 鰲魁, 福西 祐: 非圧縮性流体に拡張したSPH 法による自由表面および移動境界を有する流れの数値シミュレーション, 第83期日本機械学会流体工学部門講演会論文集, (2005), pp. 312.
- [3] Masaya Shigeta, Masumi Ito, Seiichiro Izawa, Yu Fukunishi: Three-dimensional simulation of a flow in an arc weld pool by SPH method, *Proceedings of the International Symposium on Visualization in Joining & Welding Science through Advanced Measurements and Simulation*, (2010), pp.9-10.
- [4] 岡地 範明, 伊澤 精一郎, 熊 鰲魁, 福西 祐: SPH 法をベースにした非圧縮流れの計算手法の提案, 第16回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (2002), pp. 23.
- [5] 本郷 卓也, 茂田 正哉, 伊澤 精一郎, 福西 祐: 3次元非圧縮SPH法における気液界面に作用する表面張力モデル, 第23回数値流体シンポジウム講演論文集, (2009), CD-ROM.
- [6] N. Ashgriz, J. Y. Poo: Coalescence and separation in binary collisions of liquid drops, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 221, (1990), pp. 183-204.
- [7] 阿川 雅教: Incompressible SPH Simulation of a Liquid Film Flow on a Wall, 東北大学大学院工学研究科修士論文, (2010).